Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft
Fakultät für Informatik und Wirtschaftsinformatik
Fachgebiet Informatik
Prof. Dr. Frank Schaefer
Prof. Dr. Ing. Astrid Laubenheimer

Maple-Labor
1. Aufgabenblatt

Die Aufgaben sind in Gruppen mit 3 Teilnehmern zu bearbeiten. Die Lösungen werden mündlich vorgeführt. Jeder Teilnehmer der Gruppe muss bei der Vorführung der Lösungen **alle Teilaufgaben erklären können**. Letzter Abgabe-Termin für dieses Aufgabenblatt ist **in der Woche vom 2. November bis 6. November 2009. Gerne können Sie Ihre Lösungen auch schon früher vorführen!**

Aufgabe 1:
Bei dieser Aufgabe ist es wesentlich zu erfassen, dass es in Maple einen Unterschied gibt zwischen einer Funktion und einem algebraischen Ausdruck, beim Rechnen mit Papier und Bleistift unterscheidet man das nicht, daher ist das ein bisschen gewöhnungsbedürftig :

a) Definieren Sie die Funktion: $f(x)=1-\sqrt{x}$ (Hinweise: mit →). Beachten Sie, dass man mathematisch eine Funktion mit f(x) beschreibt, aber in Maple trotzdem nur durch f := … definiert.
b) Werten Sie die Funktion f an der Stelle 4 aus.
c) Definieren Sie die gleiche Funktion als algebraischen Ausdruck
   (Hinweis: nur mit :=)
d) Werten Sie den algebraischen Ausdruck an der Stelle 5 aus.
   (Hinweis: mit ?subs)
e) Geben Sie das Ergebnis aus d) auf drei Stellen genau.
   (Hinweise: ?evalf, ?Digits)
f) Bestimmen Sie die Nullstelle von f . (Hinweis: ?solve)

Aufgabe 2:

a) Stellen Sie folgende Funktion in zwei Variablen

$$f(x,y)=\frac{\sin(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

   als 3D Bild dar. Verwenden Sie als Ausschnitt x=-10..10, y=-10..10.
   (Hinweis: ?plot3d)

b) Eine ganz andere Art, eine Funktion in zwei Variablen darzustellen, besteht darin, die eine Variable quasi als Zeit zu interpretieren. Erstellen Sie eine Animation der gleichen Funktion, wie im Teil a), indem Sie x als Ortsvariable und y als Zeitvariable auffassen. Sie bekommen dabei eine 2D Darstellung, und nicht mehr eine 3D Darstellung, wie im Teil a).
   (Hinweis: ?animate)

Aufgabe 3:
Gegeben sind die Wertepaare (z.B. Messpunkte eines Experimentes):
(0,0), (2,16), (4, 8), (6, 5), (8, 10), (10,12), (12, 7), (14,3), (16,9)
Geben Sie die Liste von Paaren ein und bearbeiten Sie damit folgende Teilaufgaben:

a) Bestimmen Sie ein Interpolationspolynom $p(x)$,das durch die vorgegebenen Wertepaare (als (x, y) – Punkte) verläuft. (Hinweis: ?PolynomialInterpolation) Diese Funktion bestimmt zu n vorgegebenen Wertepaaren das eindeutig definierte Polynom vom Grad n-1, das durch alle vorgegebenen n x/y-Wertepaare verläuft.
b) Bestimmen Sie eine kubische Splinefunktion $s(x)$, die durch die Wertepaare verläuft. (Hinweis: ?Spline) Auch diese Funktion verläuft durch die vorgegebenen x/y-Wertepaare, aber diesmal werden nur Polynome vom Grad 3 verwendet. Daher müssen mehrer Polynome verwendet und stückweise aneinander gesetzt werden. Diese Technik wird in vielen Grafik-Programmen verwendet.
c) Zeichnen Sie die Wertepaare als Punkte. Stellen Sie diese Punkte zusammen mit dem Interplationspolynom in blau und die kubische Splinefunktion in rot in einem einzigen Diagramm dar. (Hinweis: ?plot, ?display, ?pointplot)
d) Zeichnen Sie noch einmal das Interpolationspolynom, die Splinefunktion und die messwerte für folgende Wertepaare:
[0,1/3],[2,1/3],[4,1/10],[6,1/5],[8,12],[10,1/4],[12,1/5],[14,1/6],[16,1/7]
An diesem Beispiel sollte deutlich werden, warum Splinefunktionen für Zeichenprogramme geeigneter sind, als Interpolationspolynome!

Aufgabe 4:
Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen und finden Sie heraus, welche Funktionen injektiv, welche surjektiv bzw. bijektiv sind. Finden Sie jeweils einen geeigneten Maßstab, um dies erkennen zu können. Mit dem Parameter „discont = true" können Sie die Darstellung an den Polstellen verbessern.

a) $f(x) = 1 - \sqrt{x} \qquad (f : R^+ \to R)$
b) $f(x) = x^3 \qquad (f : R \to R)$
c) $f(x) = \sqrt[3]{x} \qquad (f : R^+ \to R)$
d) $f(x) = x^3 - 3x \qquad (f : R \to R)$
e) $f(x) = 1/(x-2) \qquad (f : R/\{2\} \to R)$
f) $f(x) = \dfrac{x^3}{6(x-2)} \qquad (f : R/\{2\} \to R)$

Aufgabe 5:
Zeichnen Sie einen Würfel in Maple mit der Kantenlänge 1 um den Ursprung des Koordinatensystems. (Also bekommen die Würfelecken die Koordinaten:
(0.5, 0.5, 0.5)
(- 0.5, 0.5, 0.5)
…
usw.) Sie können dazu zum Beispiel die beiden Packages
`with(geom3d) with(plots)`
verwenden. Zum zeichnen der Flächen können Sie z.B. die Funktion
`polygonplot3d`
verwenden.

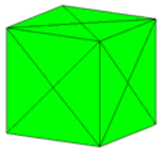
Aufgabe 6:

Jetzt nehmen wir zu den 8 Eckpunkten des Würfels noch 6 weitere Punkte hinzu:

(0,	0,	$(0.5+\delta))$
(0,	0,	$-(0.5+\delta))$
(0,	$(0.5+\delta)$,	0)
(0,	$-(0.5+\delta)$,	0)
$((0.5+\delta)$,	0,	0)
$((-0.5+\delta)$,	0,	0)

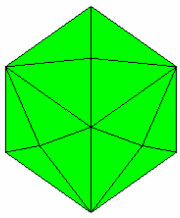
Für $\delta = 0$ sind das genau die Mittelpunkte der 6 Würfelflächen. Zeichnen Sie jetzt den Würfel noch mal neu bestehend aus 24 Dreiecken, indem Sie jede Seite des Würfels aus 4 Dreiecken zusammensetzen:

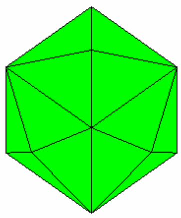
.



Indem Sie jetzt δ variieren: δ = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 und 0.5 bekommen Sie 6 verschiedene Darstellungen, bei denen die Mittelpunkte des Würfels herausgezogen werden:

Dies verwenden Sie jetzt, um mit „insequence = true" **eine kleine Animation** darzustellen.





Der Würfel geht auf diese Weise durch „Herausziehen der Mittelpunkte der Seiten" über in einen sog. Rhombendodekaeder (bestehend aus 12 Rhoben, 14 Ecken und 24 Kanten).

(Kleine Ergänzung: Durch den polaren Prozess, nämlich „Eindrücken der Ecken" bis die sich dabei herausbildenden Dreiecke sich berühren, erhalten wir den polaren Körper, den sog. Kuboktaeder mit 12 Ecken, 14 Flächen und 24 Kanten.)